Grundlagen der Spieltheorie

Darstellung von Matrixspielen:

Matrix-Spiele sind vereinfachte Entscheidungssituationen, die sich in einer Matrix (in einer Tabelle) darstellen lassen.
Betrachtet werden

- meist 2 Spieler mit
- meist 2 Entscheidungsalternativen.

Dem einen Spieler wird die Tabellenzeile zugeordnet (Zeilenspieler), dem anderen die Tabellenspalten (Spaltenspieler).
Die Anzahl der Zeilen und Spalten geben die Entscheidungsmöglichkeit je Spieler wieder.
Die Spielergebnisse werden mit Auszahlungswerten bewertet (Nutzen, Ergebnis).
Die Auszahlungsbeträge werden in die jeweiligen Tabellenfelder eingetragen.
Konvention ist es, im Tabellenfeld zuerst das Resultat für den Zeilenspieler und dann, durch Beistrich getrennt, das Resultat des Spaltenspielers einzutragen.

		Spaltenspieler (S)	
		A1	**A2**
Zeilenspieler (Z)	**A1**	$E(Z)_{1-1}$, $E(S)_{1-1}$	$E(Z)_{1-2}$, $E(S)_{1-2}$
	A2	$E(Z)_{2-1}$, $E(S)_{2-1}$	$E(Z)_{2-2}$, $E(S)_{2-2}$

Tabelle 1: Schema einer Spieldarstellung

Bezeichnungen:
A1, A2: Alternativen
E(Z), E(S): Ergebnis für Zeilen- bzw. Spaltenspieler

Die Bewertung der Ergebnisse erfolgt nach den Kriterien:
Effizienz = Pareto-Kriterium
Beste Wahl = Nash-Kriterium

Kategorien des Pareto-Kriteriums:

Pareto-Optimum:
Das Ergebnis für einen Spieler, das nicht verbessert werden kann, ohne den anderen Spieler zu verschlechtern.

Pareto-Dominanz:
Ein Ergebnis heißt Pareto-Dominant, wenn es ein anderes Nash-Gleichgewicht in den Ergebnissen übertrifft.

Kategorien des Nash-Kriteriums:

Nash-Gleichgewicht:
Ein Nash-Gleichgewicht wird jenes Ergebnis genannt, bei dem es für die Spieler keinen Anreiz gibt es zu verlassen (bestes Ergebnis, als Antwort auf die Wahl des Gegners).

Anm.:

Gibt es eine Entscheidungsvariante, die von einem Spieler immer getroffen wird, also unabhängig davon, was der Gegner wählt, so wird diese Entscheidungsvariante *dominante Strategie* genannt.

Anm.:

Das Nash-Gleichgewicht muss nicht gleichzeitig auch ein Pareto-Optimum sein

Spielanalyse

Das Pareto-Optimum ist das Feld mit der höchsten Auszahlungssumme.
Das Nash-Gleichgewicht ist das Feld, des von beiden Spielern gewählt wird.

Anm.: Es kann mehrere oder kein Nash-Gleichgewicht geben

Gemäß des Auftretens von Nash-Gleichgewichten und ihrem Zusammentreffen mit den Pareto-Optima werden die Spiele in Spielklassen eingeteilt (Harmonie-Spiel, Konflikt-Spiel)

Analyse-Algorithmus

In der Tabelle wird das Nash-Gleichgewicht durch einen Algorithmus gefunden:
Algorithmus in 4 Schritten zum Finden des Nash-Gleichgewichts:

1. 1. Zeile: Finde beste Spalte des Spaltenspielers
2. 2. Zeile: Finde beste Spalte des Spaltenspielers
3. Linke Spalte: Finde beste Zeile des Zeilenspielers
4. Rechte Spalte: Finde beste Zeile des Zeilenspielers

Bsp.:

		Spaltenspieler (S)	
		A1	**A2**
Zeilenspieler (Z)	**A1**	1,2	3,**4**
	A2	**5**,6	**7,8**

Zeile 1: Für S ist die rechte Spalte bestes Ergebnis (4)
Zeile 2: Für S ist die rechte Spalte bestes Ergebnis (8)
Spalte links: Für Z ist die untere Zeile bestes Ergebnis (5)
Spalte rechts: Für Z ist die untere Zeile bestes Ergebnis (7)

Bewertung

Das Nash-Gleichgewicht ist also die Spielkombination **A2/A2** (7,8)
Das Pareto-Optimum ist ebenfalls **A2/A2** (Auszahlung 7 + 8 = 15)
Für Spieler Z ist A2 eine dominante Strategie (unabhängig dessen, was Spieler S wählt, ist Zeile A2 die beste Wahl für Z).
Für Spieler S ist ebenfalls A2 eine dominante Strategie (unabhängig dessen, was Spieler Z wählt, ist Spalte A2 die beste Wahl für S).
A2/A2 ist somit eine dominante Strategie.
Das Spiel ist somit ein Harmonie-Spiel (1 Pareto-Optimum, 1 Nash-Gleichgewicht)

Literatur:

Weimann, Joachim: Angewandte Spieltheorie, 2009. http://www.uni-magdeburg.de/vwl3/03_education/01_lectures/02_current/documents/Spieltheorie09.pdf, aufgerufen 29.6.2018.